

July – August 2024
B. C. A. First Year (4 Y. D. C.) Examination

DISCRETE MATHEMATICS
Generic Elective Paper – II
जेनेरिक वैकल्पिक प्रश्नपत्र – II

Time 3 Hours]

[Max. Marks 70
[Min. Marks 25

नोट : सभी खण्ड अनिवार्य हैं। सभी के लिए अंक विभाजन योजना प्रश्नपत्र में दर्शाये अनुसार होगी। दृष्टि बाधित छात्रों के लिए 60 मिनट अतिरिक्त समय दिया जाएगा। विश्वविद्यालय के पास अंक विभाजन के परिवर्तन का अधिकार सुरक्षित है।

Each section is compulsory. The marks distribution is same as shown in the question paper. The blind students will be given 60 minutes extra time. University has all rights to change the distribution of marks.

खण्ड अ : वस्तुनिष्ठ प्रश्न Section A : Objective Question

6×1=6

नोट : सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। All questions are compulsory.

- समुच्चय $A = \{1, 2, 3, 4\}$ पर सम्बन्ध $R = \{(1, 1), (2, 3), (3, 2)\}$ है :
(अ) सममित (ब) संक्रमक (स) स्वतुल्य (द) इनमें से कोई नहीं।
The relation $R = \{(1, 1), (2, 3), (3, 2)\}$ on the set $A = \{1, 2, 3, 4\}$ is :
(a) Symmetric (b) Transitive (c) Reflexive (d) None of these.
- तीन चरों में अल्पिष्ठ बूलीय फलनों की संख्या है :
The number of minimal Boolean functions in three variables is :
(a) 8 (b) 4 (c) 2 (d) 6
- यदि v किसी दिष्ट ग्राफ G का एक आलम्ब शीर्ष हो तो v का घात होगा :
If v is a pendant vertex of a directed graph G , then degree of v is :
(a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) 3
- नौ शीर्ष वाले किसी द्विचर वृक्ष की अधिकतम ऊँचाई है :
The maximum height of a binary tree with 9 vertices is :
(a) 2 (b) 3 (c) 4 (d) 5
- $y_n = A \cdot 2^n + B \cdot 3^n$ का पुनरावृत्ति संबंध है : The recurrence relation for $y_n = A \cdot 2^n + B \cdot 3^n$:
(a) $y_{n+2} - 5y_{n+1} + 6y_n = 0$ (b) $y_{n+2} + 5y_{n+1} - 6y_n = 0$
(c) $y_{n+2} - 5y_{n+1} - 6y_n = 0$ (d) $y_{n+2} + 5y_{n+1} + 6y_n = 0$
- n शीर्षों वाले पूर्ण आलेख में प्रत्येक शीर्ष की घात है : Degree of each vertex in a complete graph of n vertices :
(a) $n - 1$ (b) $n - 2$ (c) $n + 1$ (d) $n + 2$

5×8=40

खण्ड ब : लघुउत्तरीय प्रश्न Section B : Short Answer Question

नोट : सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। All questions are compulsory.

- यदि R तथा S समुच्चय X में तुल्यता सम्बन्ध हो, तो सिद्ध कीजिए कि $R \cap S$ भी X में एक तुल्यता सम्बन्ध है।
If R and S be equivalence relations in the set X , then prove that $R \cap S$ is an equivalence relation in X .

अथवा OR

दर्शाइये कि एक जालक का द्वैत एक जालक होता है।
Show that dual of a Lattice is a Lattice.

2. निम्न फलन का स्विचिंग सर्किट बनाइये : Draw the switching circuit of the function :

$$f(x, y, z) = (x + y) \cdot (x' + y'z')$$

अथवा OR

निम्न बूलियन फलन को संयोजनीय प्रसामान्य रूप में परिवर्तित कीजिए :

Express the following function in Conjunctive Normal Form :

$$f(x, y, z) = (xy' + xz)' + x'$$

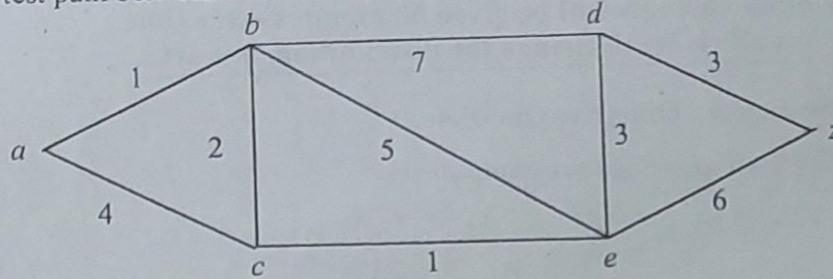
3. मान लो G , n शीर्षों का एक सरल ग्राफ है। यदि G , k संबद्ध घटक रखता है तो सिद्ध कीजिए कि G में कोरों की महत्तम संख्या $\frac{(n-k)(n-k+1)}{2}$ होती है।

Let G be a simple graph with n vertices. If G has k components, then prove that the maximum number of edges that G can have are $\frac{(n-k)(n-k+1)}{2}$.

अथवा OR

निम्नांकित भारित आलेख में a तथा z के बीच लघुत्तम पथ ज्ञात कीजिए :

Find the shortest path between a to z in the following graph :



4. सिद्ध कीजिए कि n शीर्षों वाले एक ट्री में $(n-1)$ कोरें होती हैं।
Prove that a tree with n vertices has $(n-1)$ edges.

अथवा OR

आपतन आव्यूह एवं आसन्नता आव्यूह को परिभाषित कीजिए। उनके प्रगुण भी लिखिए।

Define Incidence Matrix and Adjacency Matrix. Also write their properties.

5. जनक फलन की विधि द्वारा हल कीजिए :

Solve by Method of Generating Functions :

$$y_{n+2} - 7y_{n+1} + 10y_n = 0, \quad y_0 = 0, y_1 = 3.$$

अथवा OR

हल कीजिए : Solve :

$$y_{h+2} - y_{h+1} - 2y_h = h^2.$$

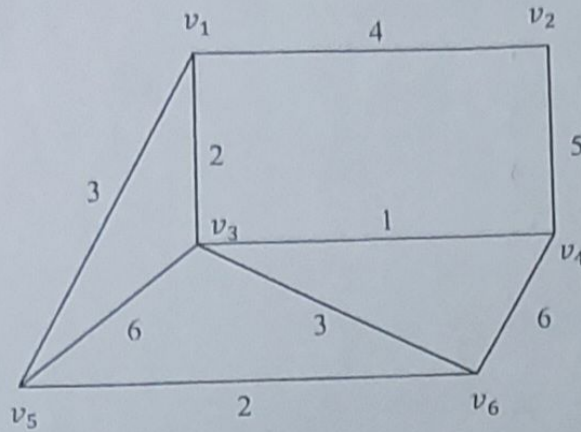
खण्ड स : दीर्घउत्तरीय प्रश्न Section C : Long Answer Question

2×12=24

नोट : किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर दीजिये। Answer any two questions.

- सिद्ध कीजिए कि N पर 'विभाजित करता है' का सम्बन्ध एक अंशतः क्रम सम्बन्ध है।
Prove that the relation of divisibility is a partial order relation on N .
- कॉर्नो मेप विधि से निम्न फलन का न्यूनतम गुणन का योग ज्ञात कीजिए :
Use the Karnaugh Map Representation to find a minimal sum of products expression of the following function :
 $f(a, b, c) = \Sigma (0, 1, 4, 6)$.
- सिद्ध कीजिए : एक अदिष्ट आलेख एक ऑयलरी परिपथ रखता है यदि और केवल यदि यह सम्बद्ध हो और इसके शीर्ष सभी समघात के हों।
Prove that : An undirected graph possesses an Eulerian Circuit if and only if it is connected and its vertices are all of even degree.

4. क्रुस्कल्स एवं प्रिम्स दोनों विधियों के प्रयोग से निम्न आलेख का न्यूनतम जनक वृक्ष प्राप्त कीजिए :
Find the minimal spanning tree for the following graph using both Kruskal's and Prim's Algorithms:



5. निम्न संख्यात्मक फलन का जनक फलन ज्ञात कीजिए :
Determine the generating function of the numeric function :

$$a_r = \begin{cases} 2^r & \text{यदि } r \text{ सम है} \\ & \text{if } r \text{ is even} \\ -2^r & \text{यदि } r \text{ विषम है} \\ & \text{if } r \text{ is odd} \end{cases}$$